

Referenzrahmen Mathematik

Version 2.01

Zweck

Die «Cando-Formulierungen» im Referenzrahmen bilden die Grundlage für den Inhalt des Testsystems Stellwerk. Der gesamte Aufgaben-Pool bezieht sich auf die aufgeführten Cando-Formulierungen.

Inhalt

Der Referenzrahmen ist abgestützt auf eine Auswahl gemeinsamer Lernziele aus den Lehrplänen der Deutschschweizer Kantone. Er wurde von verschiedenen Kommissionen begutachtet.

Ansprechpersonen

Der Referenzrahmen richtet sich an die Lehrpersonen der Oberstufe, an die Lernenden des 8. Schuljahrs und deren Eltern. Der Referenzrahmen steht auch weiteren interessierten Kreisen zur Verfügung.

Teilbereiche

1	Zahlen, Grössen, Operationen	Arithmetik
2	Form und Mass in Ebene und Raum	Geometrie
3	Variable, Term, Gleichung	Algebra
4	Datendarstellung, Proportionalität	Stochastik/Funktionen

Kompetenzaspekte

Wissen/Fertigkeiten

- W** Deskriptoren in Cando-Formulierung:
Die Schülerin/der Schüler kann...
- Zusätzliche zum Deskriptor gehörende **Begriffe** sind **rot** notiert (sofern die Begriffe nicht im Deskriptor selbst erscheinen).
- Zu jedem Deskriptor ist mindestens eine **Beispielaufgabe blau** notiert.

Problemlösen/mathematisieren (setzt W voraus)

- P**
- verschiedene mathematische Darstellungsformen, Verfahren und Problemlösestrategien nutzen
 - Überschlagsrechnungen ausführen
 - Beispiele finden
 - systematisch probieren
 - Schlussfolgerungen ziehen
 - auf Bekanntes zurückführen
 - verallgemeinern
- Dieser Aspekt wird nicht mit einzelnen Deskriptoren beschrieben. Als Wissensbasis werden die unter W beschriebenen Deskriptoren vorausgesetzt.
- Zu jedem Teilbereich sind einige **Beispielaufgaben blau** notiert.

Der Aufgabenpool wird quantitativ auf diese zwei Kompetenzaspekte aufgeteilt.

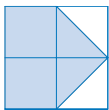
Kompetenzaspekte	Teilbereiche			
	1	2	3	4
Wissen/Fertigkeiten	W1–W23	W1–W15	W1–W9	W1–W8
Problemlösen/mathematisieren	P1–P23	P1–P15	P1–P9	P1–P8

Teilbereich 1 Zahlen, Grössen, Operationen | Arithmetik

Begriffe: natürliche Zahl, ganze Zahl, negative Zahl, Million, Milliarde, Billion
 Bruch, Dezimalbruch, Zähler, Nenner, gemischte Zahl, Prozent
 Zehnerpotenz, Basis, Exponent
 Primzahl, Quadratzahl, Teiler, Vielfache
 km, m, dm, cm, mm, μm
 hl, l, dl, cl, ml, m^3 , dm^3 , cm^3
 t, kg, g, mg, μg
 d, h, min, s
 km^2 , ha, m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2
 V, A, Ω , KB, MB, GB
 Summe, Differenz, Produkt, Quotient, Summand, Minuend, Subtrahend, Faktor, Dividend, Divisor
 Punkt-vor-Strich-Regel
 kürzen, erweitern, Kehrwert

Wissen/Fertigkeiten W1 bis W23

Zahlen

- W1** grosse Zahlen bis 1 Billion erkennen und benennen
 natürliche Zahl, Million, Milliarde, Billion
 Schreibe 560 Millionen als Zahl.
- W2** Teilflächen als Brüche erkennen
 Welcher Bruch wird durch die getönte Fläche dargestellt?
- 
- W3** Zahlen als Bruch bzw. als Dezimalbruch darstellen
 Zähler, Nenner
 Gib als Bruchzahl an.
 $0.86 = ?$
- W4** Bruchzahlen in Prozent angeben
 $\frac{3}{8} = ? \%$
- W5** Bruchzahlen in gemischte Zahlen umrechnen und umgekehrt
 gemischte Zahl
 $\frac{273}{11} = ?$ $2\frac{7}{9} = ?$
- W6** grosse Zahlen mit Zehnerpotenzen darstellen
 Zehnerpotenz, Basis, Exponent
 Gib 11 230 000 000 mithilfe einer Zehnerpotenz an.
- W7** Bruchzahlen auf der Zahlengeraden ordnen
 Ordne die folgenden Zahlen der Grösse nach.
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 0.35, \frac{4}{9}, \frac{1}{4}$
- W8** Spezielle Zahlen erkennen und nennen
 Primzahl, Quadratzahl, Teiler, Vielfache
 Wie viele Quadratzahlen zwischen 100 und 200 gibt es?

Grössen

- W9** Längen-, Hohlmasse und Gewichte (Massen) in die nächstgrössere und nächstkleinere Einheit umrechnen
 km, m, dm, cm, mm, μm
 hl, l, dl, cl, ml
 t, kg, g, mg
 $23\ 000\ \text{kg} = ?\ \text{t}$
 $2.5\ \text{km} = ?\ \text{m}$
- W10** Stunden und Bruchteile von Stunden in Minuten umrechnen, Minuten und Bruchteile von Minuten in Sekunden umrechnen, Tage in Stunden umrechnen
 d, h, min, s
 $2\frac{1}{2}\ \text{h} = ?\ \text{min}$
 $3\frac{1}{3}\ \text{min} = ?\ \text{s}$
 $14\ \text{d} = ?\ \text{h}$
- W11** Längen-, Hohlmasse, Gewichte (Massen) und Zeitmasse in die drei nächstgrösseren und nächstkleineren Einheiten umrechnen
 $2400\ \text{min} = ?\ \text{d}$
 $0.98\ \text{kg} = ?\ \text{mg}$
 $7500\ \text{ml} = ?\ \text{l}$
- W12** m^2 in cm^2 und km^2 in m^2 umrechnen und umgekehrt
 km^2 , m^2 , cm^2
 $0.75\ \text{m}^2 = ?\ \text{cm}^2$
- W13** m^2 in mm^2 umrechnen und umgekehrt
 m^2 in ha umrechnen und umgekehrt
 ha, dm^2 , mm^2
 $23\ 000\ \text{mm}^2 = ?\ \text{dm}^2 = ?\ \text{m}^2$
 $0.7\ \text{ha} = ?\ \text{m}^2$
- W14** l, dl, cl, ml in cm^3 und dm^3 umrechnen und umgekehrt
 $33\ \text{cl} = ?\ \text{dm}^3$
- W15** m^3 in dm^3 und Liter umrechnen und umgekehrt
 $500\ \text{dm}^3 = ?\ \text{m}^3 = ?\ \text{l}$
- W16** Zeitmasse in dezimale Schreibweise umrechnen und umgekehrt
 $2\ \text{h}\ 45\ \text{min} = ?\ \text{h}$
 $1.8\ \text{min} = ?\ \text{s}$
- W17** Masseinheiten aus der Technik (Volt, Ampere, Ohm, Byte) umrechnen
 V, A, Ω , KB, MB, GB
 $0.280\ \text{A} = ?\ \text{mA}$
 $4\ \text{GB} = ?\ \text{MB}$

Teilbereich **1** **Zahlen, Grössen, Operationen** | Arithmetik

Operationen

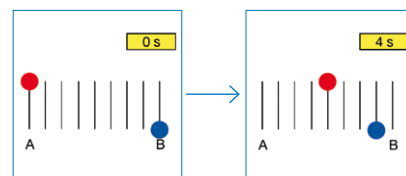
- W18** Bruchteile von Grössen berechnen
 $\frac{5}{6}$ von 2400 CHF = ?
-
- W19** einfache Brüche erweitern und kürzen
 Kürze $\frac{56}{72}$.
 Erweitere $\frac{6}{7}$ mit 3.
-
- W20** Grundoperationen mit einfachen Brüchen und Dezimalbrüchen ausführen
 Summe, Differenz, Produkt, Quotient,
 Summand, Minuend, Subtrahend, Faktor,
 Dividend, Divisor
 $45 : 0.9 = ?$
 $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = ?$
-
- W21** Zahlen runden
 Runde 2.3457 auf 2 Stellen nach dem Dezimalpunkt.
-
- W22** Grundoperationen im Zahlenraum bis 1 Million mit und ohne Rechner ausführen
 Punkt-vor-Strich-Regel
 $12 + 13.5 + 5 \cdot 10 = ?$ (ohne Rechner)
 $23.45 \cdot 12 + 34.33 \cdot 45 = ?$ (mit Rechner)
-
- W23** Grundoperationen mit Brüchen ausführen
 Kehrwert
 $2\frac{1}{4} : \frac{3}{8} = ?$

Problemlösen/mathematisieren

Zahlen, Grössen, Operationen

- verschiedene mathematische Darstellungsformen, Verfahren und Problemlösestrategien nutzen
- Überschlagsrechnungen ausführen
- Beispiele finden
- systematisch probieren
- Schlussfolgerungen ziehen
- auf Bekanntes zurückführen
- verallgemeinern

- P** In unserer Galaxie gibt es 200 Milliarden Sterne. Wie viele Nullen hat diese Zahl?
-
- P** Licht legt in einer Sekunde 300 000 km zurück. Die Distanz Erde – Sonne beträgt 150 000 000 km. Wie lange dauert es, bis ein Lichtstrahl von der Sonne die Erde erreicht?
-
- P** Wie viele dreistellige natürliche Zahlen enthalten die Ziffer 5?
-
- P** 18 g Wasser enthalten $6 \cdot 10^{23}$ Wassermoleküle. Wie viele Moleküle enthält 1 Liter Wasser?
-
- P** Auf einem Taschenrechner wird eine Zahl als 4.567 E12 dargestellt. Schreibe den Wert als Zahl mit Ziffern.
-
- P** Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen von der Form * * 6 * gibt es?
-
- P** Wie viele cm² misst ein A4-Blatt?
-
- P** Ein Würfel hat eine Kantenlänge von 1 dm. Wie viele solcher Körper passen in eine würfelförmige Kiste mit 50 cm Kantenlänge?
-
- P** Ein Behälter fasst 64 Liter Wasser. Welche Kantenlänge hat ein Würfel mit dem gleichen Volumen?
-
- P** Die Summe dreier aufeinanderfolgender ungerader Quadratzahlen ist 1091. Wie heissen die drei Quadratzahlen?
-
- P** Beide Kugeln bewegen sich gleichförmig einander entgegen.



Wie viele Sekunden würde die blaue Kugel für den ganzen Weg von B nach A benötigen?

- P** Brigitte benötigt 30 s um eine Rolltreppe hinaufzusteigen, wenn diese ausgeschaltet ist. Bei eingeschalteter Rolltreppe benötigt Brigitte 20 s, wenn sie ruhig steht. Wie viele Sekunden braucht Brigitte, wenn sie bei eingeschalteter Rolltreppe hinaufsteigt?

Teilbereich **2 Form und Mass in Ebene und Raum** | Geometrie

Begriffe: Punkt, Strecke, Gerade, Winkel, Senkrechte, Parallele, Abstand, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Mittelparallele
 Koordinaten, x-Achse, y-Achse
 achsensymmetrisch, punktsymmetrisch
 Dreieck: Höhe, Höhenschnittpunkt, Umkreismittelpunkt, Inkreismittelpunkt, Seitenhalbierende, Schwerpunkt
 Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Innenwinkelsumme im Dreieck und Viereck
 Flächeninhalt: Parallelogramm, Dreieck, Trapez
 Volumen, Oberfläche: Würfel, Quader

Wissen/Fertigkeiten W1 bis W15

Form in der Ebene

W1 Grundkonstruktionen (Mittelsenkrechte, Parallelen, Winkelhalbierende, Höhe) ausführen
 Punkt, Strecke, Gerade, Winkel, Senkrechte, Parallele, Abstand, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende
 Konstruiere im Dreieck ABC die Winkelhalbierende w_α .

W2 Punkte in einem Koordinatensystem einzeichnen bzw. die Koordinatenwerte von Punkten ablesen
 Koordinaten, x-Achse, y-Achse
 Ergänze die Punkte A(2/1), B(7/1) und C(7/5) mit dem Punkt D zu einem Rechteck. Wie heissen die Koordinaten von D?

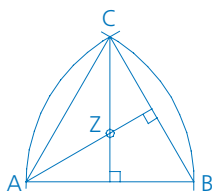
W3 mit dem Geodreieck Winkel messen und zeichnen
 Miss den Winkel BAC im Rechteck ABCD mit der Länge 6 cm und der Breite 4 cm.

W4 den Abstand eines Punktes zu einer Geraden oder Strecke einzeichnen
 Konstruiere im Dreieck ABC den Abstand des Punktes B zur Seite a.

W5 achsen- und punktsymmetrische Figuren erkennen, deren Achsen und Zentren bestimmen
 Welche zwei der folgenden Figuren sind achsensymmetrisch?



W6 einfache Achsen- und Punktspiegelungen ausführen
 Spiegle das Dreieck ABC an BC.



W7 ein Dreieck aus drei Seiten konstruieren
 Konstruiere ein Dreieck aus $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm.

W8 spezielle Linien und Punkte im Dreieck konstruieren
 Mittelsenkrechte, Umkreismittelpunkt, Winkelhalbierende, Inkreismittelpunkt, Seitenhalbierende, Schwerpunkt, Höhe, Höhenschnittpunkt
 Miss im Dreieck ABC die Entfernung zwischen dem Schwerpunkt und dem Inkreismittelpunkt.

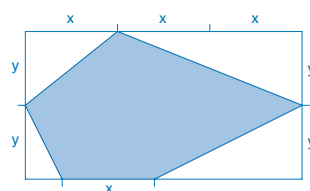
W9 Abbildungen verknüpfen
 Spiegle ein Dreieck ABC an der Ecke C. Spiegle das Dreieck A'B'C' an der Ecke A. Du erhältst das Dreieck A''B''C''.
 Gib eine Abbildung an, die das Dreieck ABC direkt auf das Dreieck A''B''C'' abbildet.

Mass in der Ebene und Raum

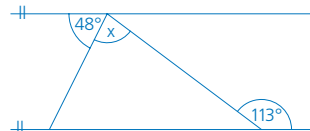
W10 Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken berechnen
 Berechne den Flächeninhalt eines Parallelogramms mit $a = 6$ cm und $h_a = 4$ cm.

W11 Flächeninhalte und Strecken im Trapez berechnen
 Zeichne das Trapez ABCD mit A(0/0), B(7/0), C(6/4) und D(3/4). Zeichne den Mittelpunkt M der Strecke AD ein. BM und CM zerlegen das Trapez in drei Teildreiecke.
 Berechne die Flächeninhalte dieser Teildreiecke.

W12 Flächeninhalte von zusammengesetzten Flächen berechnen
 Welcher Bruchteil des Rechtecks ist getönt?

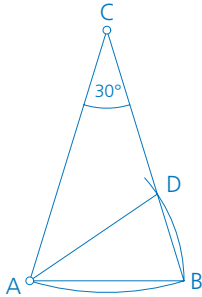


W13 Winkel im Dreieck berechnen
 Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Innenwinkelsumme im Dreieck
 Berechne den Winkel x.



Teilbereich **2** Form und Mass in Ebene und Raum | Geometrie

W14 Winkel aufgrund der Sätze über die Innenwinkelsumme im Dreieck und Viereck berechnen
 Berechne den Winkel CAD.



W15 Volumen und Oberfläche von Würfeln und Quadern berechnen
 Berechne das Volumen eines Quaders mit $a = 4$ cm, $b = 3$ cm und $c = 5$ cm.

Problemlösen/mathematisieren

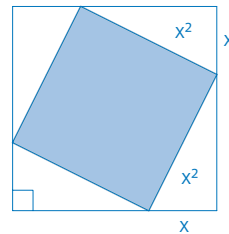
Form und Mass in Ebene und Raum

- verschiedene mathematische Darstellungsformen, Verfahren und Problemlösestrategien nutzen
- Überschlagsrechnungen ausführen
- Beispiele finden
- systematisch probieren
- Schlussfolgerungen ziehen
- auf Bekanntes zurückführen
- verallgemeinern

P Ein quadratisches Bild hat einen 3 cm breiten Rahmen. Der gesamte Rahmen hat einen Flächeninhalt von 324 cm^2 . Berechne die Seitenlänge des Bildes.

P Zeige, dass jedes Dreieck ABC durch die Seitenhalbierende s_c in zwei flächengleiche Teildreiecke zerlegt wird.

P Berechne den Flächeninhalt des getönten Quadrates.



- $A = 4x^2$
- $A = 5x^2$
- $A = 5.5x^2$
- $A = 6x^2$
- $A = 6.5x^2$

Teilbereich **3** Variable, Term, Gleichung | Algebra

Begriffe: Variable, Term, Gleichung, Klammerregeln, Klammern auflösen
 Assoziativ-, Kommutativ-, Distributivgesetz, ausmultiplizieren, ausklammern
 Gleichung auflösen

Wissen/Fertigkeiten W1 bis W9

Variable, Term

- W1** einfache Grundoperationen mit Variablen ausführen
 Variable, Klammerregeln, Klammern auflösen
 $13a + 6b - (7a + 9b) = ?$
 $2xy \cdot 4 = ?$
 $24a : 6 = ?$

- W2** das Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz in einfachen Beispielen anwenden
 ausmultiplizieren, ausklammern
 Schreibe als Differenz.
 $3(2x - 3y) = ?$
 Klammere den grösstmöglichen Faktor aus.
 $12xy + 4x = ?$

- W3** Potenzgesetze anwenden
 $x^3 \cdot x^4 = ?$
 $a^6 : a^4 = ?$

- W4** Grundoperationen mit positiven Bruchzahlen und Variablen ausführen
 $\frac{a}{4} + \frac{a}{3} + 3a = ?$

- W5** das Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz und die Klammerregeln bei algebraischen Termen anwenden
 $3x - (3x - 2(3x + 2)) = ?$
 $(2x + 3)(x - y) = ?$

- W6** Brüche mit Variablen kürzen und erweitern
 Kürze $\frac{2xy}{4y}$ so weit wie möglich.
 Erweitere $\frac{3bx}{c}$ mit 2a.
 $\frac{a^2 + a}{ab + b} = ?$

Gleichung

- W7** einfache Gleichungen mit ganzen Zahlen auflösen
 $7x - 21 = 56$ $x = ?$

- W8** einfache Gleichungen mit Brüchen auflösen
 $7 - \frac{x}{2} = \frac{1}{4} + 2(x - \frac{1}{2})$ $x = ?$


- W9** Gleichungen mit Brüchen unter Anwendung aller Rechengesetze umformen und auflösen
 $\frac{1}{2}(2x - \frac{3}{4}) = \frac{1}{4} - (\frac{3}{16} - \frac{x}{2})$ $x = ?$

Problemlösen/mathematisieren

Gleichung

- verschiedene mathematische Darstellungsformen, Verfahren und Problemlösestrategien nutzen
- Überschlagsrechnungen ausführen
- Beispiele finden
- systematisch probieren
- Schlussfolgerungen ziehen
- auf Bekanntes zurückführen
- verallgemeinern

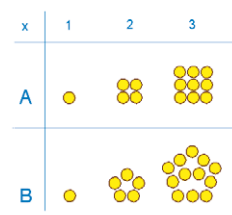
- P** Multipliziert man eine Zahl mit 10, so erhält man eine um 45 grössere Zahl.
 Wie heisst die ursprüngliche Zahl?

- P** Jede der roten Schachteln enthält gleich viele Stifte. Auf jeder Seite sind insgesamt gleich viele Stifte.

 Wie viele Stifte sind je in einer Schachtel?

- P** In einem Dreieck mit 180 cm Umfang misst die längste Seite 20 cm mehr als die mittlere. Die kürzeste Seite ist um 20 cm kürzer als die mittlere. Berechne alle Seitenlängen des Dreiecks.

- P** Einer Patientin wird eine bestimmte Menge eines Medikaments verabreicht. Innert 12 Stunden nach Einnahme werden $\frac{7}{12}$ der verabreichten Menge ausgeschieden. Von der Restmenge werden in den nächsten 12 Stunden weitere $\frac{8}{15}$ ausgeschieden. Nach 24 Stunden sind noch 91 mg im Körper. Wie gross war die ursprünglich verabreichte Menge?

- P** In den Figuren stecken zwei Zahlenfolgen.
 Beispiel A: 1, 4, 9, ...
 Diese Zahlen können mit dem Term x^2 beschrieben werden.



Welcher Term beschreibt die Zahlenfolge B?

- $x^2 + x - 1$
- $2x + 1$
- $\frac{x(3x - 1)}{2}$
- $2x^2 - 3$
- $\frac{x(2x - 1)}{3}$

Teilbereich 4 Datendarstellung, Proportionalität | Stochastik, Funktionen

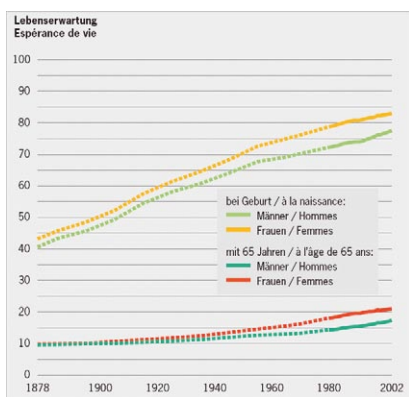
Begriffe: Tabelle, Diagramm: Linien-, Kreis-, Säulendiagramm, Weg-Zeit-Diagramm
 Proportion, Verhältnis

Wissen/Fertigkeiten W1 bis W8

Datendarstellung

W1 Werte in Tabellen darstellen
 Werte aus Tabellen lesen
 Erstelle mit den folgenden Angaben eine Tabelle.
 Die Ersparnisse von Gisela betragen im Januar 12 CHF, im Februar 8 CHF, im März 10 CHF, im Mai 15 CHF, im Juni 20 CHF. Ende Juni betragen ihre gesamten Ersparnisse 70 CHF.

W2 Werte aus Diagrammen herauslesen
 Werte in Diagramme einzeichnen
 Wie hoch war 1990 die Lebenserwartung eines weiblichen Säuglings?



W3 zu Diagrammen einfache Aussagen formulieren
 Welche Aussage kann man zum obenstehenden Diagramm machen?

W4 Werte einer Tabelle als einfache Grafik darstellen
Linien-, Kreis-, Säulendiagramm
 Eine Umfrage vor einer Abstimmung ergab 40% Ja-Stimmen und 30% Nein-Stimmen. Die restlichen Befragten hatten sich noch nicht entschieden.
 Zeichne ein Kreisdiagramm zu diesen Aussagen.

W5 in Wertetabellen proportionale Zuordnungen erkennen
 Welche der folgenden Wertetabellen zeigt eine proportionale Zuordnung?

A

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	5	6	7	8	9	10

B

x	2	4	6	8	10	12	14
y	4	16	36	64	100	144	196

C

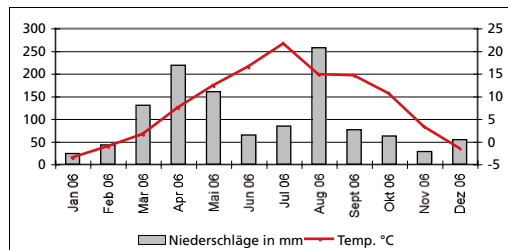
x	13	14	15	16	17	18	19
y	91	98	105	112	119	126	133

D

x	1	2	4	5	8	10	20
y	200	100	50	40	25	20	10

W6 Bewegungen als Weg-Zeit-Diagramme darstellen
Weg-Zeit-Diagramm
 Ein Velofahrer fährt während 3 Stunden mit einer mittleren Geschwindigkeit von $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 Zeichne ein Weg-Zeit-Diagramm.

W7 kombinierte Diagramme interpretieren (z.B. Linien-Säulen) für bestimmte Werte die entsprechende grafische Darstellung wählen



In wie vielen Monaten lag 2006 das Temperaturmittel in St.Gallen unter dem Gefrierpunkt?

Proportionalität

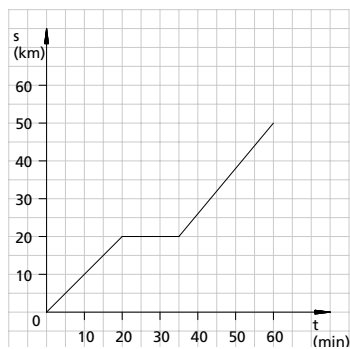
W8 einfache Aufgaben mithilfe von Proportionen lösen
Proportion, Verhältnis
 Ein Auto verbraucht für 100 km durchschnittlich 6.5 Liter Benzin.
 Wie viele Liter Benzin wird für eine Strecke von 340 km benötigt?

Teilbereich **4** **Datendarstellung, Proportionalität** | Stochastik, Funktionen
Problemlösen/mathematisieren**Datendarstellung, Proportionalität**

- verschiedene mathematische Darstellungsformen, Verfahren und Problemlösestrategien nutzen
- Überschlagsrechnungen ausführen
- Beispiele finden
- systematisch probieren
- Schlussfolgerungen ziehen
- auf Bekanntes zurückführen
- verallgemeinern

P Der Gewinn eines Schulfestes beträgt 720 CHF. Er soll auf zwei Klassen verteilt werden. Die Klasse A hat 20 und die Klasse B 16 Schülerinnen und Schüler. Wie viele Franken erhält jede Klasse?

P Beschreibe die folgende Bewegung.



P Ein Dampfer fährt auf einem See mit einer Geschwindigkeit von $25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ein Fluss, der aus dem See fließt, hat eine Geschwindigkeit von $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Der Dampfer fährt zuerst 1.5 Stunden auf dem See und anschliessend eine halbe Stunde den Fluss hinunter. Nach einer einstündigen Pause fährt der Dampfer die gleiche Strecke zurück. Wie lange braucht der Dampfer für die Rückfahrt?